

# Venituskoefitsientide tuletused

Artur Tamm

21. mai 2009. a.

## 1 Arvutuslikud tulemused, graafikud ja koefitsiendid

Käesolevas töös ei hakka uuesti teooriat läbi tegema, kuna vastav töö on läbiviidud  $Li_2FeSiO_4$  venituse käsitlevas dokumendis.

### 1.1 Venitusmaatriks $D_1$

Venitusmaatriksi  $D_1$  abil on võimalik leida elastsuskoefitsient  $c_{1,1}$  järgnevast võrrandist.

$$E(V, \delta) = E(V_0, 0) + V_0 \tau_1 \delta + V_0 \frac{c_{1,1}}{2} \delta^2; \quad (1.1)$$

Viimast võrrandit on võimalik lähendada funktsiooniga  $f(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2$ . Toome järgnevalt välja vastava graafiku.

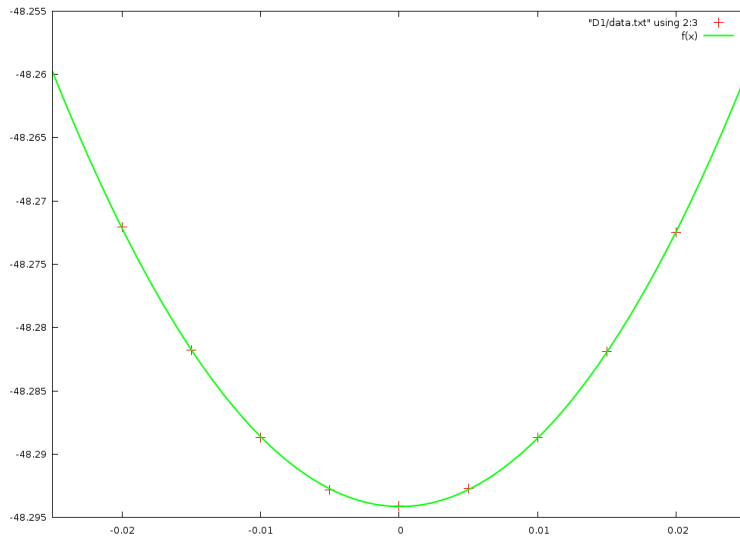
Ning funktsiooni  $f(x)$  sobitatud koefitsiendid.

Tabel 1: Sobitatud funktsiooni  $f(x)$  koefitsiendid koos veaga

Koefitsient	Väärtus
$\alpha$	-48.2941444047619086
$\beta$	-0.00609666666602957669
$\gamma$	54.7047619046911748

Arvestades, et  $V_0 = 87.33455A^3$  on võimalik leida suuruse  $c_{1,1}$  väärtuse.

$$c_{1,1} = 213.5629583 \text{ GPa}; \quad (1.2)$$



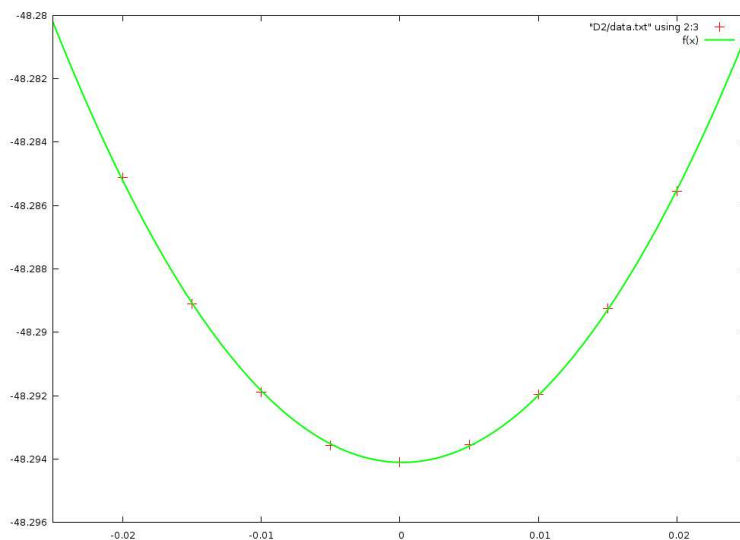
Joonis 1: Arvutuspunktid maatriksi  $D_1$  jaoks, venitusel 2%

## 1.2 Venitusmaatriks $D_2$

Venitusmaatriksi  $D_2$  abil on võimalik leida elastsuskoeffitsient  $c_{2,2}$  järgnevast võrrandist.

$$E(V, \delta) = E(V_0, 0) + V_0 \tau_2 \delta + V_0 \frac{c_{2,2}}{2} \delta^2; \quad (1.3)$$

Viimast võrrandit on võimalik lähendada funktsiooniga  $f(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2$ . Toome järgnevalt välja vastava graafiku.



Joonis 2: Arvutuspunktid maatriksi  $D_2$  jaoks, venitusel 2%

Ning funktsiooni  $f(x)$  sobitatud koefitsiendid.

Tabel 2: Sobitatud funktsiooni  $f(x)$  koefitsiendid koos veaga

Koefitsient	Väärtus
$\alpha$	-48.2941072532467501
$\beta$	-0.00716333333291644878
$\gamma$	21.9238528138212239

Arvestades, et  $V_0 = 87.33455A^3$  on võimalik leida suuruse  $c_{2,2}$  väärtuse.

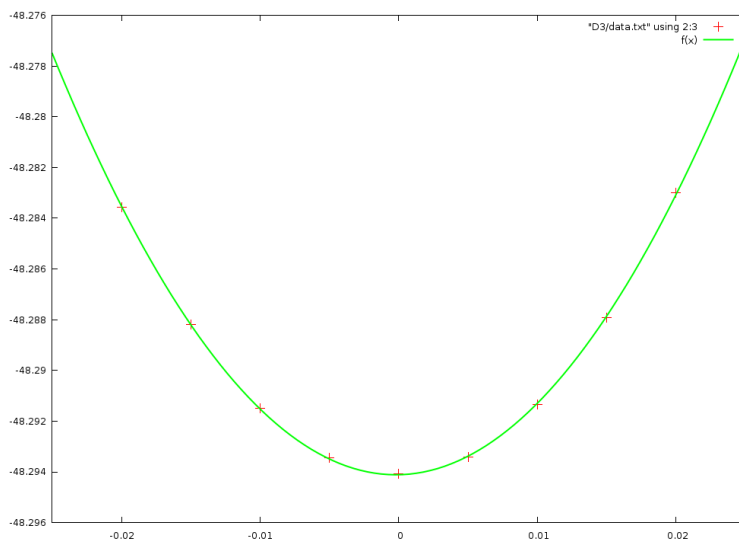
$$c_{2,2} = 128.1914608 \text{ GPa} \quad (1.4)$$

### 1.3 Venitusmaatriks $D_3$

Venitusmaatriksi  $D_3$  abil on võimalik leida elastsuskoeffitsient  $c_{3,3}$  järgnevast võrrandist.

$$E(V, \delta) = E(V_0, 0) + V_0 \tau_3 \delta + V_0 \frac{c_{3,3}}{2} \delta^2; \quad (1.5)$$

Viimast võrrandit on võimalik lähendada funktsiooniga  $f(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2$ . Toome järgnevalt välja vastava graafiku.



Joonis 3: Arvutuspunktid maatriksi  $D_3$  jaoks, venitusel 2%

Ning funktsiooni  $f(x)$  sobitatud koefitsiendid.

Arvestades, et  $V_0 = 87.33455A^3$  on võimalik leida suuruse  $c_{3,3}$  väärtuse.

$$c_{3,3} = 134.4129748 \text{ GPa} \quad (1.6)$$

Tabel 3: Sobitatud funktsiooni  $f(x)$  koefitsiendid koos veaga

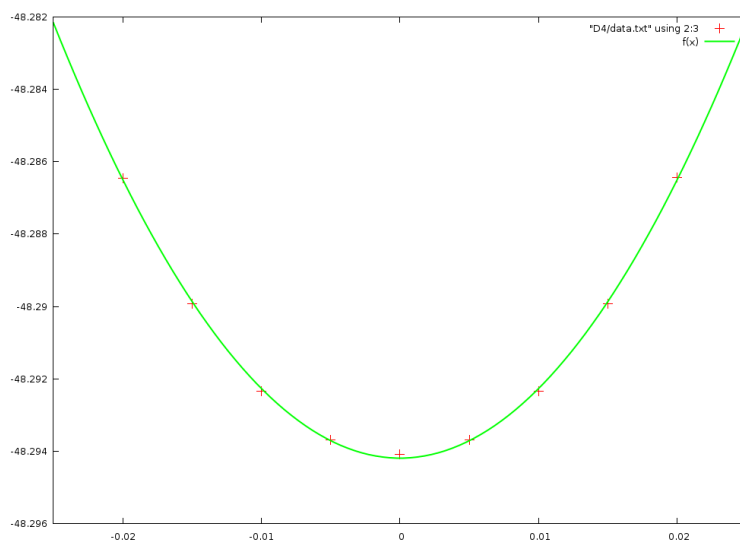
Koefitsient	Väärtus
$\alpha$	-48.2941127835497852
$\beta$	0.0115666666670933213
$\gamma$	27.0353679653103214

## 1.4 Venitusmaatriks $D_4$

Venitusmaatriksi  $D_4$  abil on võimalik leida elastsuskoefitsient  $c_{4,4}$  järgnevast võrrandist.

$$E(V, \delta) = E(V_0, 0) + 2V_0 \tau_4 \delta + 2V_0 c_{4,4} \delta^2; \quad (1.7)$$

Viimast võrrandit on võimalik lähendada funktsiooniga  $f(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2$ . Toome järgnevalt välja vastava graafiku.



Joonis 4: Arvutuspunktid maatriksi  $D_4$  jaoks, venitusel 2%

Ning funktsiooni  $f(x)$  sobitatud koefitsiendid.

Tabel 4: Sobitatud funktsiooni  $f(x)$  koefitsiendid koos veaga

Koefitsient	Väärtus
$\alpha$	-48.2941893593073530
$\beta$	0.0000416666672246759857
$\gamma$	19.2424891774283182

Arvestades, et  $V_0 = 87.33455A^3$  on võimalik leida suuruse  $c_{4,4}$  väärtuse.

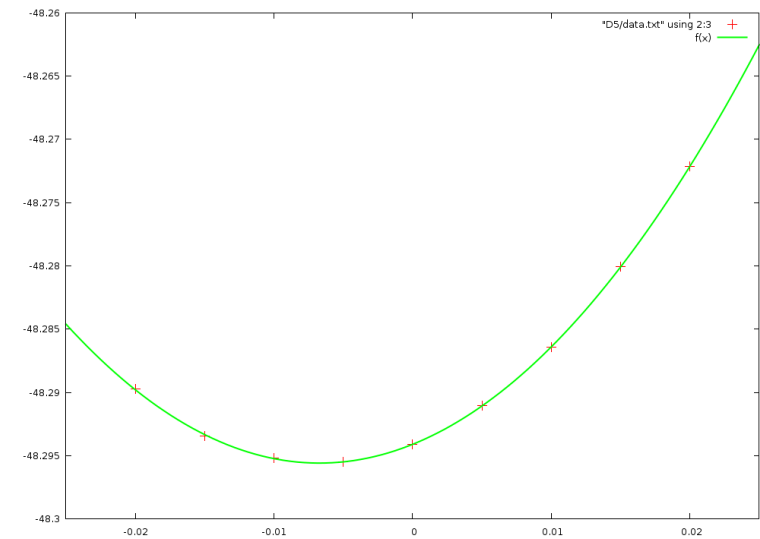
$$c_{4,4} = 34.88959772 \text{ GPa} \quad (1.8)$$

## 1.5 Venitusmaatriks $D_5$

Venitusmaatriksi  $D_5$  abil on võimalik leida elastsuskoeffitsient  $c_{5,5}$  järgnevast võrrandist.

$$E(V, \delta) = E(V_0, 0) + 2V_0 \tau_5 \delta + 2V_0 c_{5,5} \delta^2; \quad (1.9)$$

Viimast võrrandit on võimalik lähendada funktsiooniga  $f(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2$ . Toome järgnevalt välja vastava graafiku.



Joonis 5: Arvutuspunktid maatriksi  $D_5$  jaoks, venitusel 2%

Ning funktsiooni  $f(x)$  sobitatud koefitsiendid.

Tabel 5: Sobitatud funktsiooni  $f(x)$  koefitsiendid koos veaga

Koefitsient	Väärtus
$\alpha$	-48.2941047380952284
$\beta$	0.441903333333802606
$\gamma$	32.8780952380534188

Arvestades, et  $V_0 = 87.33455A^3$  on võimalik leida suuruse  $c_{5,5}$  väärtuse.

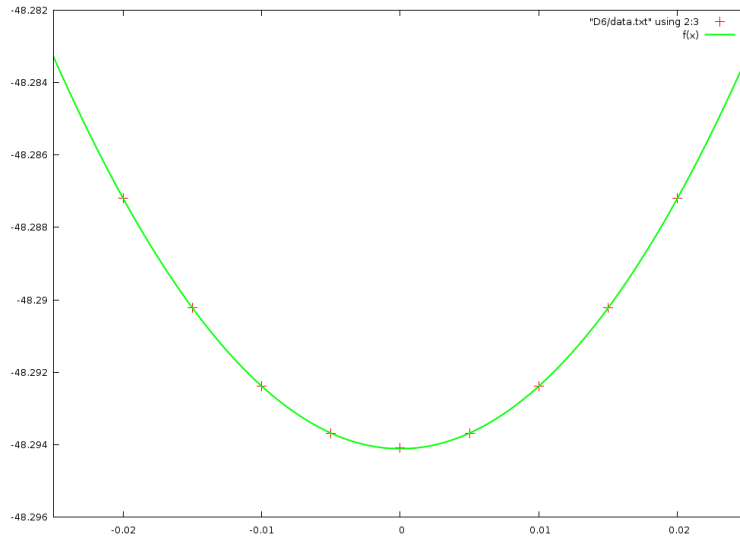
$$c_{5,5} = 40.10073118 \text{ GPa} \quad (1.10)$$

## 1.6 Venitusmaatriks $D_6$

Venitusmaatriksi  $D_6$  abil on võimalik leida elastsuskoeffitsient  $c_{6,6}$  järgnevast võrrandist.

$$E(V, \delta) = E(V_0, 0) + 2V_0 \tau_6 \delta + 2V_0 c_{6,6} \delta^2; \quad (1.11)$$

Viimast võrrandit on võimalik lähendada funktsiooniga  $f(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2$ . Toome järgnevalt välja vastava graafiku.



Joonis 6: Arvutuspunktid maatriksi  $D_6$  jaoks, venitusel 2%

Ning funktsiooni  $f(x)$  sobitatud koefitsiendid.

Tabel 6: Sobitatud funktsiooni  $f(x)$  koefitsiendid koos veaga

Koefitsient	Väärtus
$\alpha$	-48.2941126515151282
$\beta$	-0.0000133333330391110282
$\gamma$	17.3009090908788821

Arvestades, et  $V_0 = 87.33455A^3$  on võimalik leida suuruse  $c_{6,6}$  väärtuse.

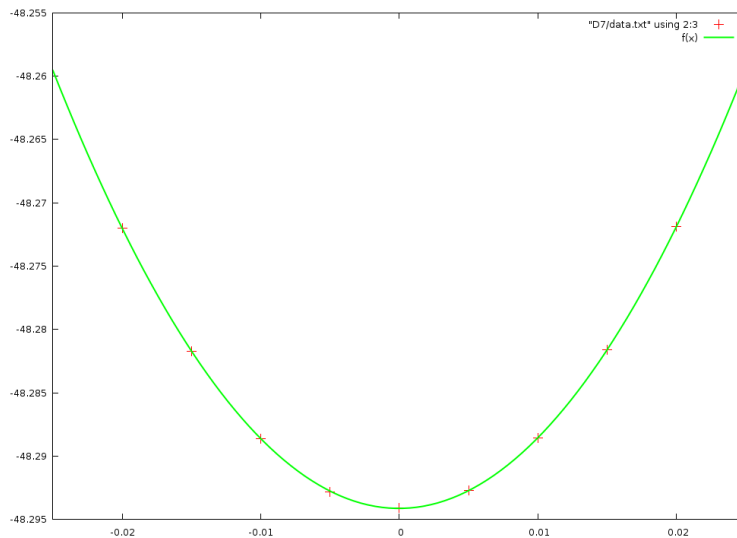
$$c_{6,6} = 40.13071102 \text{ GPa} \quad (1.12)$$

## 1.7 Venitusmaatriks $D_7$

Venitusmaatriksi  $D_7$  abil on võimalik leida elastsuskoeffitsient  $c_{1,2}$  järgnevast võrrandist.

$$E(V, \delta) = E(V_0, 0) + V_0 (\tau_1 - \tau_2)\delta + \frac{1}{2}V_0 (c_{1,1} + c_{2,2} - 2c_{1,2}) \delta^2; \quad (1.13)$$

Viimast võrrandit on võimalik lähendada funktsiooniga  $f(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2$ . Toome järgnevalt välja vastava graafiku.



Joonis 7: Arvutuspunktid maatriksi  $D_7$  jaoks, venitusel 2%

Ning funktsiooni  $f(x)$  sobitatud koeffitsiendid.

Tabel 7: Sobitatud funktsiooni  $f(x)$  koeffitsiendid koos veaga

Koeffitsient	Väärtus
$\alpha$	-48.2941348116883162
$\beta$	0.00393500000041539354
$\gamma$	55.4948701298217699

Arvestades, et  $V_0 = 87.33455A^3$  on võimalik leida suuruse  $c_{1,2}$  väärtuse.

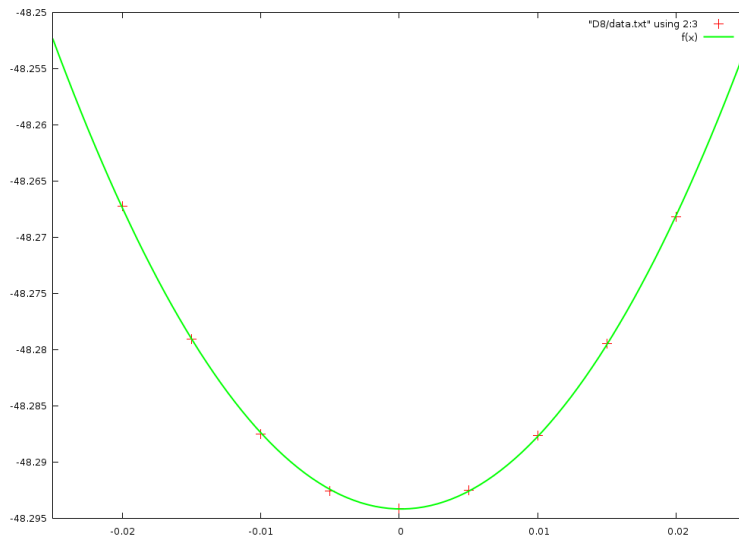
$$c_{1,2} = 64.91570905 \text{ GPa} \quad (1.14)$$

## 1.8 Venitusmaatriks $D_8$

Venitusmaatriksi  $D_8$  abil on võimalik leida elastsuskoeffitsient  $c_{1,3}$  järgnevast võrrandist.

$$E(V, \delta) = E(V_0, 0) + V_0 (\tau_1 - \tau_3)\delta + \frac{1}{2}V_0 (c_{1,1} + c_{3,3} - 2c_{1,3}) \delta^2; \quad (1.15)$$

Viimast võrrandit on võimalik lähendada funktsiooniga  $f(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2$ . Toome järgnevalt välja vastava graafiku.



Joonis 8: Arvutuspunktid maatriksi  $D_8$  jaoks, venitusel 2%

Ning funktsiooni  $f(x)$  sobitatud koefitsiendid.

Tabel 8: Sobitatud funktsiooni  $f(x)$  koefitsiendid koos veaga

Koefitsient	Väärtus
$\alpha$	-48.2941575735930613
$\beta$	-0.0164399999996569963
$\gamma$	66.1884415584034542

Arvestades, et  $V_0 = 87.33455A^3$  on võimalik leida suuruse  $c_{1,3}$  väärtuse.

$$c_{1,3} = 60.60843220 \text{ GPa} \quad (1.16)$$

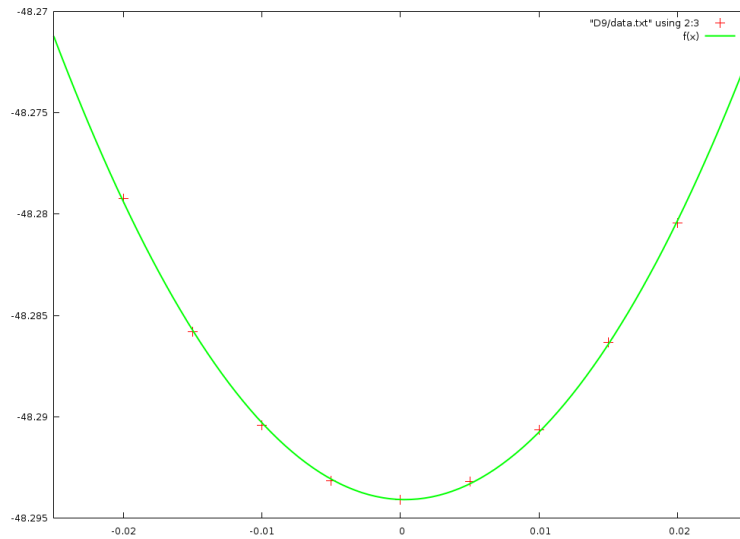


## 1.9 Venitusmaatriks $D_9$

Venitusmaatriksi  $D_9$  abil on võimalik leida elastsuskoeffitsient  $c_{2,3}$  järgnevast võrrandist.

$$E(V, \delta) = E(V_0, 0) + V_0 (\tau_2 - \tau_3)\delta + \frac{1}{2}V_0 (c_{2,2} + c_{3,3} - 2c_{2,3}) \delta^2; \quad (1.17)$$

Viimast võrrandit on võimalik lähendada funktsiooniga  $f(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2$ . Toome järgnevalt välja vastava graafiku.



Joonis 9: Arvutuspunktid maatriksi  $D_9$  jaoks, venitusel 2%

Ning funktsiooni  $f(x)$  sobitatud koeffitsiendid.

Tabel 9: Sobitatud funktsiooni  $f(x)$  koeffitsiendid koos veaga

Koeffitsient	Väärtus
$\alpha$	-48.2940824350649294
$\beta$	-0.0229016666665178351
$\gamma$	35.6246103895911403

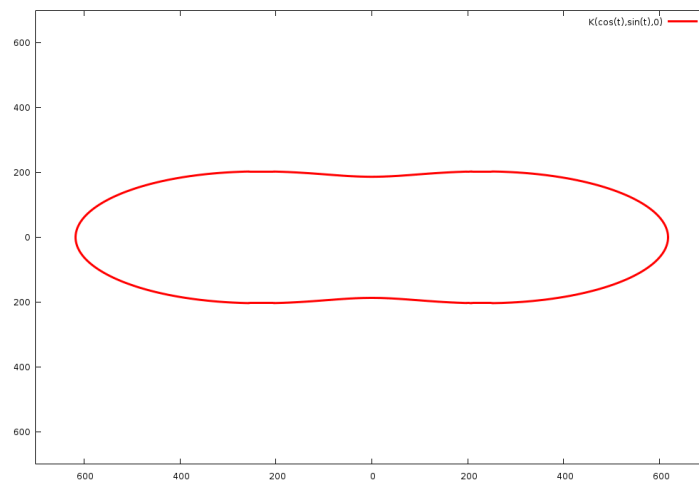
Arvestades, et  $V_0 = 87.33455A^3$  on võimalik leida suuruse  $c_{2,3}$  väärtuse.

$$c_{2,3} = 41.32494150 \text{ GPa} \quad (1.18)$$

## 1.10 Elastusmooduli sõltuvus suunast

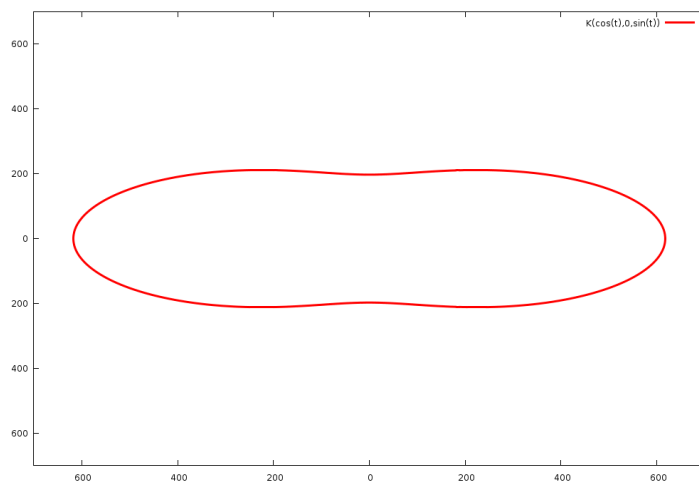
Vastavalt võrrandile on võimalik leida elastusmooduli sõltuvuse suunast. Toome siinkohal välja vaid graafikud. Esimesed kolm kirjeldavad projektsioone kolmele tasandile (a-b, a-c, b-c) ning neljas on kolmemõõtmeline graafik.

### 1.10.1 Projektsioon a b tasandile



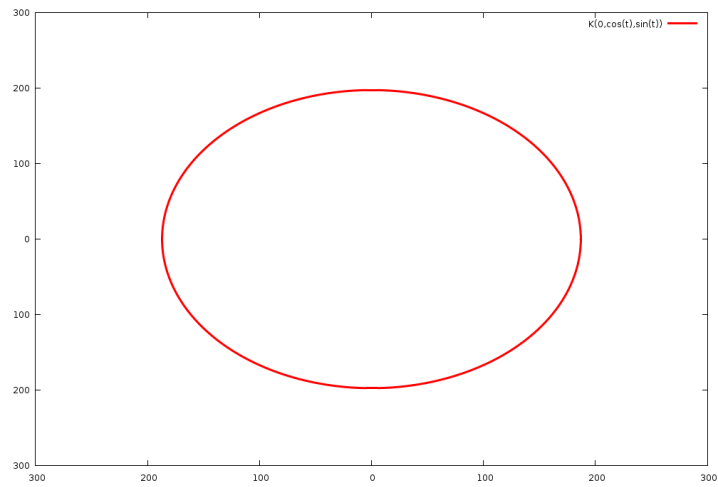
Joonis 10: Elastusmooduli projektsioon vektoritega  $\vec{a}$  ning  $\vec{b}$  määratud tasandile

### 1.10.2 Projektsioon a c tasandile



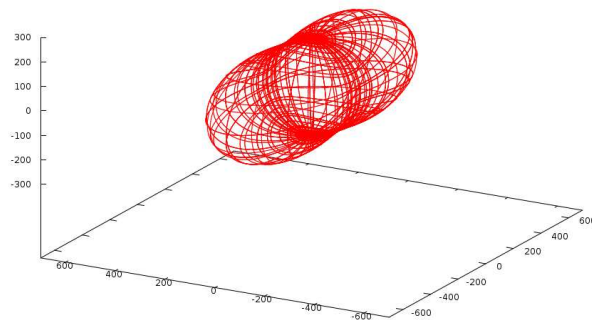
Joonis 11: Elastusmooduli projektsioon vektoritega  $\vec{a}$  ning  $\vec{c}$  määratud tasandile

### 1.10.3 Projektsioon b c tasandile



Joonis 12: Elastusmooduli projektsioon vektoritega  $\vec{b}$  ning  $\vec{c}$  määratud tasandile

### 1.10.4 Kolmemõõtmeline joonis



Joonis 13: Elastusmooduli sõltuvus suunast kolmemõõtmeline joonis

## 1.11 Nihke- ning elastsusmoodulid

Vastavalt eelpool defineeritud valemitele saame Reussi ja Voigti elastsus- ning nihkemooduliteks järgmised väärtused.

Nihkemoodul:

$$G_R = 41.85716800GPa; \quad (1.19)$$

$$G_V = 43.64542872GPa; \quad (1.20)$$

Elastsusmoodul:

$$B_R = 83.10748977GPa; \quad (1.21)$$

$$B_V = 89.98506214GPa; \quad (1.22)$$

Üldine nihke- ning elastsusmoodul:

$$G = 42.75129836GPa; \quad (1.23)$$

$$B = 86.54627595GPa; \quad (1.24)$$

Youngi moodul ning Poisson suhe:

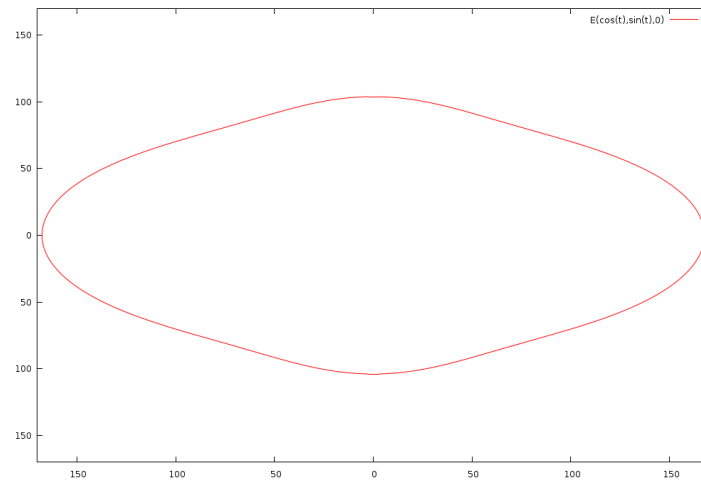
$$E = 110.1216214GPa; \quad (1.25)$$

$$\nu = 0.2879330639; \quad (1.26)$$

## 1.12 Youngi mooduli sõltuvus suunast

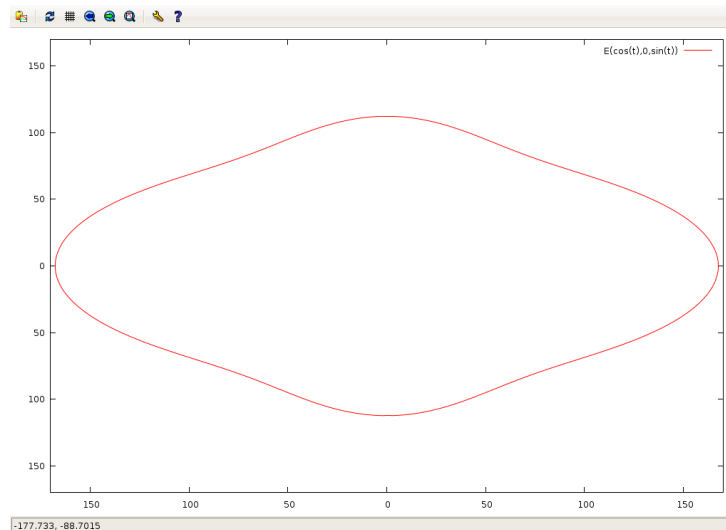
Järgnevalt toome sarnaselt elastsusmooduliga välja neli graafikut, mis iseloomustavad Youngi mooduli sõltuvust suunast.

### 1.12.1 Projektsioon a b tasandile



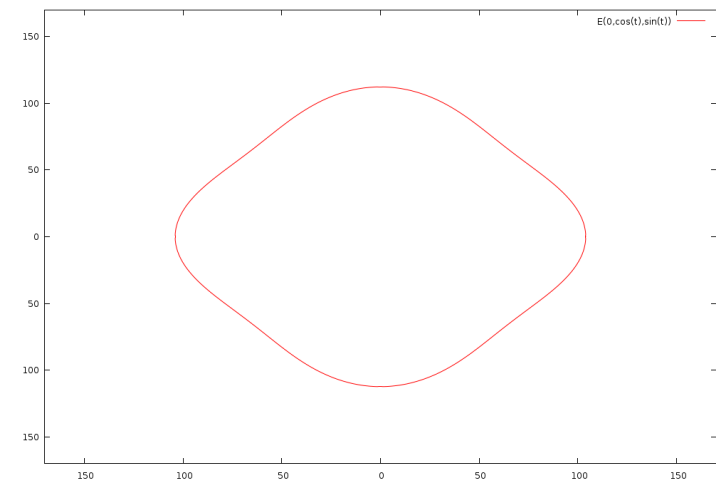
Joonis 14: Youngi mooduli projektsioon vektoritega  $\vec{a}$  ning  $\vec{b}$  määratud tasandile

### 1.12.2 Projektsioon a c tasandile



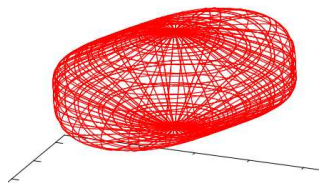
Joonis 15: Youngi mooduli projektsioon vektoritega  $\vec{a}$  ning  $\vec{c}$  määratud tasandile

### 1.12.3 Projektsioon b c tasandile



Joonis 16: Youngi mooduli projektsioon vektoritega  $\vec{b}$  ning  $\vec{c}$  määratud tasandile

### 1.12.4 Kolmemõõtmeline joonis



Joonis 17: Youngi mooduli sõltuvus suunast kolmemõõtmeline joonis

## 2 Viited

### Viited

- [1] P. Ravindran, *et al.*, *J. Appl. Phys.* **84**, 4891 (1998).